

上海科技大学 2022 年攻读硕士学位研究生

招生考试试题

科目代码：882

科目名称：信号与系统

考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
 2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。
-

1. (20 分)

(1) 已知 $x_1(t) = \cos(\frac{4\pi}{13}t - \frac{\pi}{4})$, $x_2[n] = \cos(\frac{4\pi}{13}n - \frac{\pi}{4})$, $x_3(t) = \cos(\frac{4}{13}t - \frac{\pi}{4})$, $x_4[n] = \cos(\frac{4}{13}n - \frac{\pi}{4})$ 。分别判断上述每个信号是否是周期信号；如果是，求最小周期。(10 分)

(2) 请分别根据定义、单位冲击响应和系统函数去判断离散时间线性时不变系统的稳定性。(10 分)

2. (20 分)

(1) 如图 2.1 所示的离散时间系统，其单位冲击响应为 $h[n]$ 。证明：当该系统为线性时不变系统时，输出信号 $y[n]$ 可由输入信号 $x[n]$ 与系统单位冲击响应 $h[n]$ 的卷积求得，即 $y[n] = x[n] * h[n]$ 。(10 分)

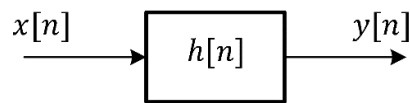


图 2.1: 离散时间系统

(2) 已知 $x_1(t) = u(t) - u(t - 4)$ ，其中 $u(t)$ 为单位阶跃信号， $x_2(t) = \begin{cases} -\frac{1}{4}|t| + 1, & |t| \leq 4 \\ 0, & |t| > 4 \end{cases}$ 。计算卷积 $y(t) = x_1(t) * x_2(t)$ 。(10 分)

3. (20 分)

分别计算如下信号的傅里叶变换：

(1) $x_1(t) = e^{j\pi t/4}u(t - 5)$, 其中 $u(t)$ 为单位阶跃信号。 (10 分)

(2) $x_2(t) = \frac{1}{18+2t^2}$ 。 (提示: $e^{-a|t|}$ 的傅里叶变换为 $2a/(a^2 + \omega^2)$, 利用傅里叶变换的对偶性求解) (10 分)

4. (20 分)

(1) 找出两个不同的连续时间信号经过采样频率为 10 kHz 的脉冲采样之后得到相同的离散时间信号 $x[n] = \cos(\frac{3\pi}{8}n)$ 。 (10 分)

(2) 一个连续时间信号 $x(t)$ 的频谱 $X(f)$ 如图 4.1 所示。对 $x(t)$ 进行脉冲采样后得到信号 $x_p(t)$ 。求使 $x_p(t)$ 的频谱 $X_p(f)$ 不发生混叠的最小采样频率 f_s , 并画出该采样频率下 $X_p(f)$ 的示意图。注: 只需要标注横坐标的刻度值。 (10 分)

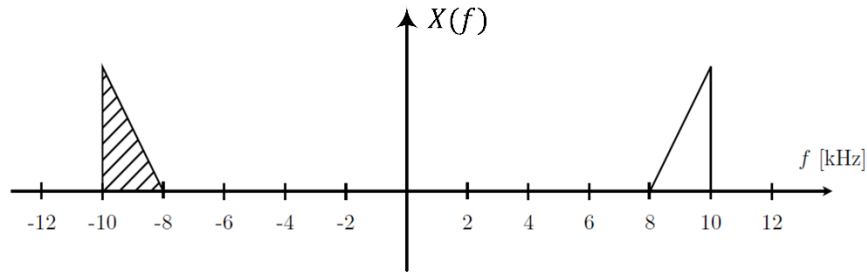


图 4.1: $X(f)$ 的示意图

5. (20 分)

一连续时间低通滤波器的频率响应 (frequency response) $H(j\omega)$ 如图 5.1 所示。试求以下不同输入信号下滤波器输出 $y(t)$ 。

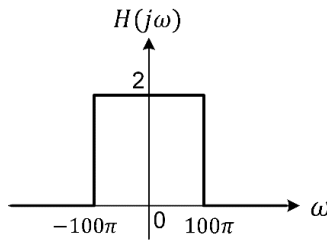
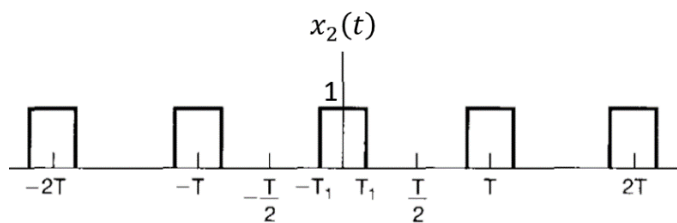


图 5.1: 低通滤波器的频率响应 $H(j\omega)$

(1) $x_1(t) = \cos(50\pi t + \frac{\pi}{4}) + \cos(150\pi t + \frac{\pi}{4})$ 。 (10 分)

(2) $x_2(t)$ 波形如图 5.2 所示, 其中 $T = \frac{1}{20}$, $T_1 = \frac{1}{80}$ 。 (10 分)

图 5.2: $x_2(t)$ 波形图

6. (25 分)

一个连续时间线性时不变系统 (LTI system) 的系统函数给定如下:

$$H(s) = \frac{100}{(s + 1 + j50)(s + 1 - j50)}, \quad \text{ROC: } \text{Re}\{s\} > -1.$$

- (1) 画出该系统的零极图 (zero-pole plot), 并注明所有的零点、极点以及收敛域 (ROC)。 (6 分)
- (2) 该线性时不变系统频率响应的幅度谱如图 6.1 所示。请用(1)问中得到的零极图来估计图 6.1 中 a 值和 b 值的大小。 (6 分)

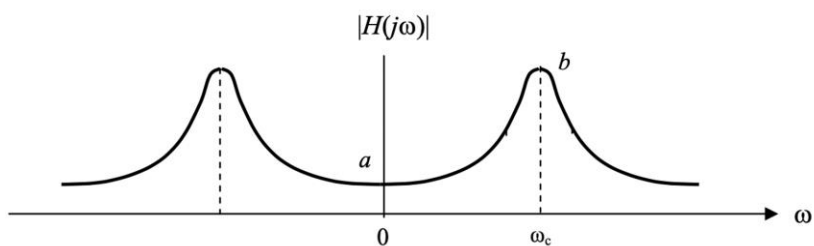


图 6.1: 系统幅度谱

- (3) 假设该线性时不变系统的单位冲激响应是 $h(t)$, 试求出 $h(t)e^{-2t}$ 的拉普拉斯变换。 (6 分)
- (4) 假设该系统的输入和输出分别是 $x(t)$ 和 $y(t)$, 请写出描述输入与输出之间关系的微分方程。 (7 分)

7. (25 分)

一个离散时间线性时不变系统的差分方程给定如下:

$$y[n] + 1.5y[n - 1] - y[n - 2] = x[n - 1]$$

- (1) 求该系统的系统函数 $H(z)$, 画出该系统的零极图 (zero-pole plot), 并注明所有的零点和极点。 (7 分)
- (2) 假设该系统是因果 (causal) 的, 写出该系统函数的收敛域 (ROC), 并求出其单位冲激响应 $h[n]$ 。 (6 分)
- (3) 假设该系统是稳定 (stable) 的, 写出该系统函数的收敛域 (ROC), 并求出其单位冲激响应 $h[n]$ 。 (6 分)
- (4) 画出该系统的直接形式 (direct form) 和并联形式 (parallel form) 的系统框图 (block diagram)。 (6 分)